統計力学II

電子スピン共鳴 (ESR)

1 スピンの系を考える。

$$
\begin{aligned}
\mathcal{H} &= -g\mu_B \vec{S}\cdot\vec{H} \\
i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} &= \mathcal{H}\psi \\
|\psi(t)\rangle &= e^{-i\mathcal{H}t/\hbar}|\psi(0)\rangle
\end{aligned}
$$

$\gamma = g\mu_B/\hbar$ とするとスピンの時間発展は

$$
\begin{aligned}
i\hbar\frac{d\vec{S}}{dt} &= [\vec{S},\mathcal{H}] \\
&= \gamma\vec{S}\times\vec{H}
\end{aligned}
$$

Rabi Oscillation

$\vec{h}(t) = g\mu_B\vec{H}(t) = (h\cos\omega t, -h\sin\omega t, H)$ とすると

$$
\begin{aligned}
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle &= (-HS^z - h\cos(\omega t)S^x + h\sin(\omega t)S^y)|\psi\rangle \\
&= \left(-HS^z - \frac{h}{2}\left(e^{i\omega t}S^+ + e^{-i\omega t}S^-\right)\right)|\psi\rangle
\end{aligned}
$$

ここで以下を満たす $|\phi\rangle$ を定義する。

$$
|\psi\rangle = e^{i\omega t S^z}|\phi\rangle
$$

このとき

$$
\begin{aligned}
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle &= i\hbar\frac{\partial}{\partial t}e^{i\omega t S^z}|\phi\rangle \\
&= -\omega S^z e^{i\omega t S^z}|\phi\rangle + e^{i\omega t S^z}\, i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\phi\rangle
\end{aligned}
$$

よって

$$
-\omega S^z e^{i\omega t S^z}|\phi\rangle + e^{i\omega t S^z}\, i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\phi\rangle = \left(-HS^z - \frac{h}{2}\left(e^{i\omega t}S^+ + e^{-i\omega t}S^-\right)\right)e^{i\omega t S^z}|\phi\rangle
$$

以上より

$$
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\phi\rangle = \left((\omega - H)\,S^z - hS^x\right)|\phi\rangle
$$

共鳴周波数 $\omega = H$ では

$$
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\phi\rangle = -hS^x|\phi\rangle
$$

また

$$
\begin{aligned}
|\phi(t)\rangle &= e^{ihS^x t}|\phi(0)\rangle \\
&= e^{ih\sigma^x t/2}|\phi(0)\rangle \\
&= [\cos(ht/2) + i\sin(ht\sigma^x t/2)]|\phi(0)\rangle \\
&= \begin{pmatrix} \cos(ht/2) & i\sin(ht/2) \\ i\sin(ht/2) & \cos(ht/2) \end{pmatrix} |\phi(0)\rangle
\end{aligned}
$$